

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 15 (1987/1988)

Številka 6

Strani 345-347, 354

Boris Lavrič:

TEŽAVE S TRINAJSTO KROGLO

Ključne besede: matematika, geometrija, krogle v prostoru.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/15/915-Lavric-krogla.pdf>

© 1988 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

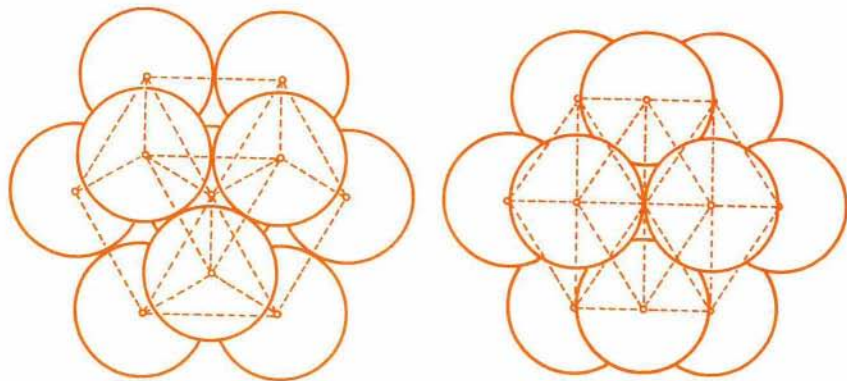
Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

TEŽAVE S TRINAJSTO KROGLO

Ste že kdaj polagali kovance na ravno podlago – tesno drug ob drugega? Tudi če jih niste, boste v hipu znali odgovoriti na naslednje vprašanje: Koliko enakih krogov lahko položimo brez prekrivanja na ravnini k danemu enako velikemu krogu? Največ šest, seveda. Toda, recimo, da vam ne verjamem. Bi mi znali preprosto (ne s kovanci) dokazati, da imate prav?

Pospravimo kovance in namesto njih vzemimo med seboj enake kroglice, na primer frnikole. Najbrž še niste poskušali k eni od njih priložiti v prostoru čimveč drugih – saj tudi ni tako preprosto izvedljivo. Pa vendar bi šlo, denimo, s pomočjo kozarca kroglaste oblike s trikrat večjim premerom od kroglic – kot kaže slika na naslovni strani. Odgovora na podobno vprašanje, kot smo ga postavili za kroge, pa ne moremo kar iz rokava stresti. Problema se lotimo takole:

Okrog osrednje krogle pričvrstimo na isto ravnino še šest krogel tako, da se je vse dotikajo. Na to osnovo postavimo še tri krogle – vsaka naj sede v vdolbino, ki jo tvorijo tri spodnje sosede. Ni težko preveriti (na primer s pomočjo slike), da se vse tri dotikajo osrednje spodnje krogle in tudi med seboj. Seveda bi enako lahko storili še z druge strani (od spodaj) in tako dobili kepo



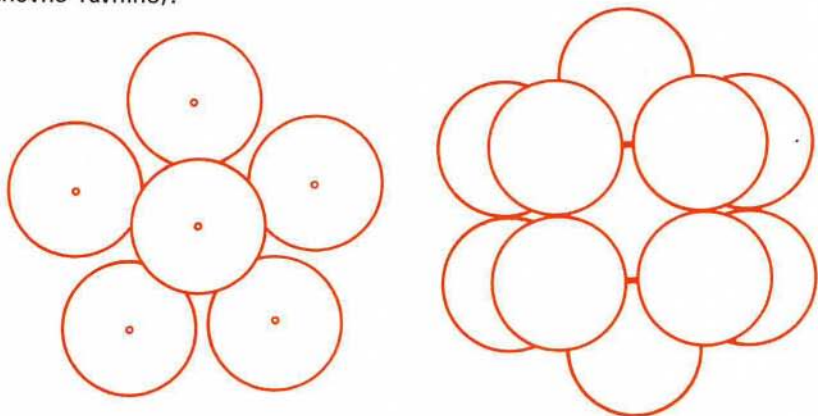
trinajstih enakih krogel, v kateri se jih dvanajst dotika osrednje. S tem pa smo naš problem že rešili, bo morda kdo pomislil. Tako lepo smo postavili dvanajst krogel okrog ene, da jih več zagotovo ne bi mogli. Toda le zakaj? Še nekoliko si razjasnimo problem.

Postavimo pet krogel na ravnino v venček, tako da bodo njihova središča

tvorila pravilni petkotnik. Nanje v sredo položimo enako kroglo, nato pa venček enakomerno razmaknimo le toliko, da bo najnižja točka zgornje krogle v isti ravnini, kot so središča ostalih.

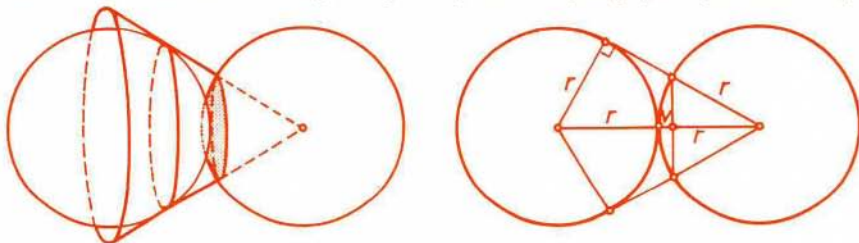
Kaj pa, če je bila zgornja krogla že prenizko? Tudi o tem bi se morali prepričati, a naj bo le izziv nejevernemu bralcu. Razlago najdete tudi na strani 361.

Ko smo to storili, na prvi venec krogel postavimo še enega — prav takega, nato pa še v sredo na vrh kroglico in pod nastalo zgradbo še eno (pol je bo pod osnovno ravnino).



Na sliki vidimo, da se spet dvanajst krogel dotika srednje, vendar je tokrat ostalo še nekaj prostora (vsak venček je malce razmaknjen). Če bi krogle zgornjega venca nekoliko spustili med tiste v spodnjem, bi ob vrhu ostalo še več prostora. Zdaj ni več tako "očitno", da je iskano število res dvanajst. Morda pa je trinajst ali celo več. Pokažimo, da ne more presegati 14.

Ogrnimo katerokoli od priloženih krogel s plaščem stožca, ki se je dotika in ima vrh v središču osrednje krogle. Ta plašč od njenega površja odreže kapi-



co, katere površino bomo zdaj izračunali. Poglejmo na sliko in izrazimo višino h kapice s polmerom r krogle. Kot ob vrhu osnega preseka stožca meri 60° , za-

