

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 15 (1987/1988)

Številka 4

Stran 193

Boris Lavrič:

OGREJMO SE ZA KONGRUENCE

Ključne besede: matematika, analiza.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/15/902-Lavric-Euler.pdf>

© 1988 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

OGREJMO SE ZA KONGRUENCE

Lani je bil božič v petek in ker ni bil dela prost dan, pogledjmo, če bo morda letos drugače. Pri reševanju tega problema si bomo pomagali s pojmom kongruenca (ujemanje, skladnost).

Rekli bomo, da sta dva dneva kongruentna, če imata isto ime (nedelja, ponedeljek, ...). Na isto ime naletimo vsakih sedem dni, zato je število dni med dvema kongruentnima dneva večkratnik števila 7.

Zdaj pa k uvodni nalogi! Od lanskega božica do letošnjega bo preteklo 366 dni (letos je prestopno leto!), število 366 pa pri deljenju s 7 da ostanek 2. Oba božiča tedaj nista kongruentna, pač pa je drugi dan (torej prva nedelja) po lanskem božiču kongruenten letošnjemu, ki bo potemtakem v nedeljo in bo seveda dela prost dan.

Problem smo rešili, kongruence pa zanj prav gotovo ne bi bilo treba uvajati. Toda ali se ne najdemo marsikdaj v podobnem položaju? Pri določanju ure v dnevu, merjenju kota pri vrtenju itd. Zakaj ne bi tedaj razmišljali bolj na široko?

V vseh naštetih primerih smo šteli (dneve, ure ...) in se zato znašli v svetu števil – celih, če priznamo tudi štetje nazaj. Torej ne bi bilo napak kongruence vnesti v množico celih števil. Kako? Spomnimo se: drugi dan je bil kongruenten tristošestinšestdesetemu. Zato bi rekli: števili 2 in 366 sta kongruentni. Pri štetju ur pa ti dve števili ne bi bili kongruentni, saj njuna razlika ni deljiva s 24. Primera moramo torej ločiti. Mera za določanje kongruentnosti je bil v prvem primeru teden (7 dni), v drugem pa dan (24 ur). Latinsko ime za mero je *modulus*, zato bomo rekli: število 2 je *kongruentno* številu 366 po modulu 7, zapisali pa $2 \equiv 366 \pmod{7}$. V drugem primeru zapišemo $2 \not\equiv 366 \pmod{24}$.

Novo bomo bolj splošno. Naj bo m celo število. Tedaj rečemo, da sta celi števili i in j kongruentni po modulu m , če je njuna razlika deljiva z m , to pa zapišemo krajše: $i \equiv j \pmod{m}$.

Za konec snov utrdimo še z nalogami.

1. Lojze je ob treh popoldne sporočil Maji, da jo bo obiskal natanko čez 200 ur. Bo to popoldanski obisk?
2. Število 1987 je kongruentno 57 po modulu m , večjem od 200 in manjšem od 900. Kolikšen je m ?
3. Najprej sem bil obrnjen točno proti vzhodu, nato pa sem se nekajkrat zavrtel za kot 1000^0 okrog navpične osi in obstal. Sem lahko zdaj obrnjen točno proti zahodu?