

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 13 (1985/1986)

Številka 1

Strani 46-47

Aleksander Potočnik:

NEKAJ NALOG MLADIM VEGOVCEM

Ključne besede: naloge, matematika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/13/747-Potocnik.pdf>

© 1985 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

NEKAJ NALOG MLADIM VEGOVCEM

Naloge so reševali učenci osnovnih šol v občini Ljubljana Moste—Polje na šolskih tekmovanjih za bronasto Vegovo priznanje v šolskem letu 1984/85.

5. razred

- V izrazu $1 \times 2 \times 3 \times 4$ zamenjaj znak \times z računskimi znaki in postavi oklepaje tako, da bo dobil:
 - največjo vrednost
 - najmanjšo vrednost
- Izračunaj vrednosti izrazov:
 - $5^3 - (3^2 \cdot 7 + 2^4 \cdot 0) : 21 =$
 - $202 - 2 \cdot 3^2 + 125 : 25 =$
- Marko, Nada in Olga so si razdelili 7548 din. Marko dobi 222 din manj kot Nada, Olga pa dobi toliko kot Marko in Nada skupaj. Koliko denarja dobi vsak?
- Nariši premico s in določi točko T , ki je od premice s oddaljena 4 cm. Nariši krožnico k s središčem T in polmerom 3 cm. Nariši krožnici k vsaj eno tangento, ki je:
 - vzporedna premici s
 - pravokotna na premico s
- V pravokotniku je ena stranica dolga 8 cm, druga pa 18 cm.
 - Kako dolga je stranica kvadrata, ki ima enak obseg kot pravokotnik?
 - Kako dolga je stranica kvadrata, ki ima enako ploščino kot pravokotnik?

6. razred

- Izračunaj vrednost izraza: $\frac{2}{3} + 6\frac{2}{3} \cdot (11\frac{1}{3} - 5,4) \cdot \frac{9}{89}$
- Učenec je prehodil $\frac{5}{9}$ poti med domom in šolo. Ko bo prehodil še 140 m, bo na $\frac{3}{4}$ poti. Kolikšna je razdalja med domom in šolo?
- Nariši enakokrak pravokotni trikotnik $\triangle ABS$ s kateto $\overline{AS} = 4$ cm in pravim kotom pri točki S . Zrcali $\triangle ABS$:
 - prek točke S
 - preko premice (B,S)
 - preko premice (A,S)Kakšen lik tvorita dani trikotnik $\triangle ABS$ in njegove zrcalne slike? Utemelji odgovor!
- Po redu plovbe izpluje ladja A iz pristanišča vsak 4. dan, ladja B vsak 8. dan, ladja C pa vsak 10. dan. Dne 29. maja so izplule vse tri ladje. Katerega dne bodo naslednjič vse tri ladje zapustile pristanišče?
- Nariši deltoid $ABCD$ s podatki: $e = 4$ cm, $f = 7$ cm in $\delta = 75^\circ$.

REŠITVE NALOG

NALOGE ZA MLADE VEGOVCE – – Rešitve iz P-XIII/1, str. 46

PETI RAZRED

1. a) $(1 + 2) \cdot 3 \cdot 4 = 36$

b) $(1 + 2 - 3) \cdot 4 = 0$

2. a) 122

b) 189

3. Marko

Nada

Olga

$x - 222$

x

$x - 222 + x$

$x - 222 + x + x - 222 + x = 7548$

$4 \cdot x - 444 = 7548$

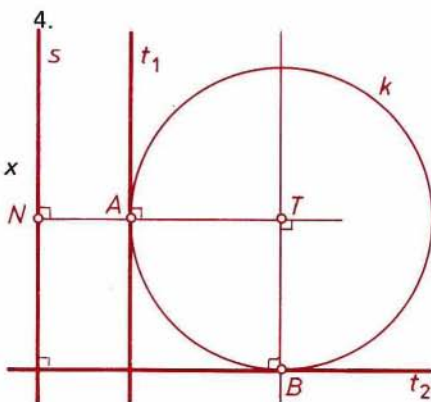
$4 \cdot (x - 111) = 7548$

$x - 111 = 7548 : 4$

$x - 111 = 1887$

$x = 1887 + 111$

$x = 1998$



Marko dobi 1776 din, Nada 1998 din, Olga pa 3774 din.

5. pravokotnik

$a = 8 \text{ cm}$

$b = 18 \text{ cm}$

$o = 52 \text{ cm}$

$p = 144 \text{ cm}^2$

kvadrat

$o = 52 \text{ cm}$

$o = 4 \cdot a$

$52 = 4 \cdot a$

$a = 13 \text{ cm}$

kvadrat

$p = 144 \text{ cm}^2$

$p = a \cdot a$

$144 = a \cdot a$

$a = 12 \text{ cm}$

ŠESTI RAZRED

1. $4 \frac{2}{3}$

2. $\frac{3}{4} \cdot x - \frac{5}{9} \cdot x = 140$

$(\frac{3}{4} - \frac{5}{9}) \cdot x = 140$

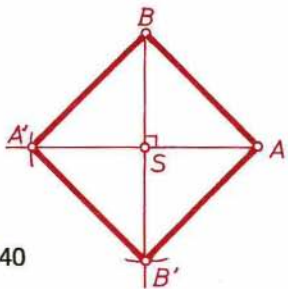
$\frac{7}{36} \cdot x = 140$

$x = \frac{140 \cdot 36}{7}$

$x = 720$

Razdalja med domom in šolo je 720 m.

3. Trikotnik ABS je enakokrak pravokotni trikotnik, zato notranja ostra kota merita po 45° . Zrcaljenje preko premice in preko točke ohranja dolžine daljic in velikosti kotov, zato so notranji koti štirikotnika $ABA'B'$ pravi koti in tudi njegove stranice so skladne. Nastali štirikotnik je kvadrat.



4.

$$v(4, 8, 10) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$$

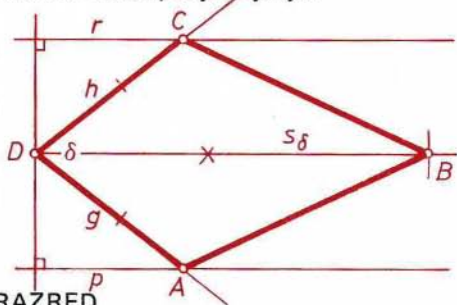
$$4 = 2 \cdot 2$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

Vse tri ladje bodo spet zapustile pristanišče čez 40 dni, to je 8. julija.

5. Iz izbrane točke D potegnemo poltraka g in h tako, da oklepata kot $\delta = 75^\circ$. Kot δ razpolovimo, dobljeni simetrali s_δ pa na nasprotnih straneh načrtamo vzporednici p in r v oddaljenosti $e/2 = 2$ cm. Premici p in r sekata poltraka g in h v ogliščih A oziroma C . V oddaljenosti 7 cm dobimo na s_δ še oglišče B .



SEDMI RAZRED

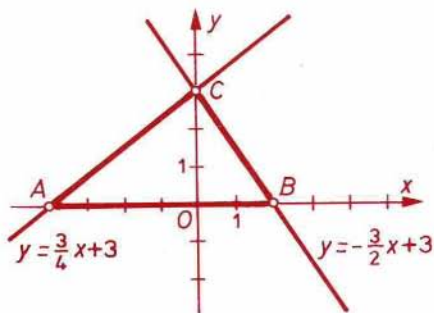
1. Vrednost izraza je 0.

2. $A(-4,0)$

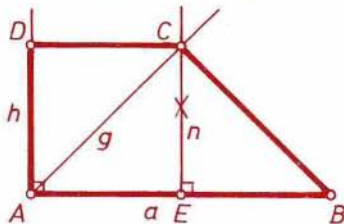
$B(2,0)$

$C(0,3)$

$$\rho = \frac{a \cdot v}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$



3. Načrtamo osnovnico $a = AB$ z dolžino 6 cm, nato pa poltraka g in h skozi A , ki z a oklepata kota 45° oziroma 90° . Skozi razpolovišče E daljice AB potegnemo normalo n na a . Oglišče C je skupna točka poltraka g in normale n . Vzporednica z a skozi C pa seka poltrak h v točki D .



$$\begin{aligned} \sphericalangle BAD = 90^0 & \Rightarrow \sphericalangle CAD = 45^0 \\ \sphericalangle BAC = 45^0 & \Rightarrow \sphericalangle DAC = 45^0 \Rightarrow \overline{AD} = \overline{CD} \\ & \sphericalangle ADC = 90^0 \end{aligned}$$

$$p = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot \overline{AD} \qquad p = \frac{6+3}{2} \cdot 3 = \frac{27}{2}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad a & \qquad a_1 = a + 10\% a = \frac{11}{10} a \\ b & \qquad b_1 = b - 10\% b = \frac{9}{10} b \\ ab & \qquad a_1 b_1 = \frac{11}{10} a \cdot \frac{9}{10} b = \frac{99}{100} ab \\ ab & > \frac{99}{100} ab \\ ab - \frac{99}{100} ab & = \frac{1}{100} ab \qquad \text{Produkt se zmanjša za 1\%.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \qquad & b \in V_7 \wedge b < 16 \\ & b = 7 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow \check{c} = 8 \\ & b = 14 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow \check{c} = 0 \end{aligned}$$

Druga možnost ni mogoča, ker so v košari tudi črne kroglice. V košarici je 8 črnih kroglic.

OSMI RAZRED

$$\begin{aligned} 1. \quad y = \frac{12}{5}x - 6 & \qquad T_1(0, y) & \qquad T_2(x, 0) \\ & y = \frac{12}{5} \cdot 0 - 6 & \qquad 0 = \frac{12}{5}x - 6 \\ & y = -6 & \qquad x = \frac{5}{2} \\ d^2 = 6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 & \qquad T_1(0, -6) & \qquad T_2\left(\frac{5}{2}, 0\right) \\ d = \frac{13}{2} & & \end{aligned}$$

2.	I. cisterna	II. cisterna
vode	470	240
iztok	3x	x
ostane po 5 h	470 - 5.3x	240 - 5x

$$\begin{aligned} 470 - 5 \cdot 3x + 20 & = 240 - 5x \\ x & = 25 \end{aligned}$$

Iz prve cisterne izteče vsako uro 75 l vode, iz druge pa 25 l.

$$\begin{aligned}
 3. \quad & (a + \frac{1}{3}a)(b - x) = ab \\
 & \frac{4}{3}a(b - x) = ab \\
 & \frac{4}{3}ab - \frac{4}{3}ax = ab \\
 & -\frac{4}{3}ax = -\frac{1}{3}ab \\
 & x = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Širino moramo skrajšati za njeno četrtno.

$$\begin{aligned}
 4. \quad & (\frac{a}{a-3} - \frac{3}{a+3}) : \frac{a^2+9}{a^2-9} = \frac{a^2+3a-3a+9}{(a+3)(a-3)} : \frac{a^2+9}{a^2-9} = \\
 & = \frac{a^2+9}{a^2-9} \cdot \frac{a^2-9}{a^2+9} = 1
 \end{aligned}$$

Vrednost izraza je 1 ne glede na vrednost spremenljivke a .

5. I. kvadrat	II. kvadrat	III. kvadrat
a	$a_1 = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	$a_2 = 2d_1 = 2a_1\sqrt{2} =$ $= 2a$
$o = 4a$	$o_1 = 2a\sqrt{2}$	$o_2 = 8a$
	$o : o_1 : o_2 = 2 : \sqrt{2} : 4$	
$p = a^2$	$p_1 = \frac{a^2}{2}$	$p_2 = 4a^2$
	$p : p_1 : p_2 = 2 : 1 : 8$	

Aleksander Potočnik

INTERTRADE

PODJETJE ZA MEDNARODNO TRGOVINO - INTERNATIONAL TRADE CO

MOŠE PIJADEJEVA 29 61001 LJUBLJANA TELEFON (061) 322-844 TELEX: 31181 P.O.B. 317-VI INT.