

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 13 (1985/1986)

Številka 1

Strani 55-57

Izidor Hafner:

## DOKAZ

Ključne besede: matematika, logika, formalizacija, izjavni račun.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/13/747-Hafner-dokaz.pdf>

© 1985 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## DOKAZ

Bralce, ki jih zanima reševanje logičnih ugank, bo prav gotovo razveselila knjiga ameriškega logika Raymonda Smullyana *Alica v deželi ugank*. Prevod je izšel pri Državni založbi Slovenije.

Liki iz *Alice v čudežni deželi* in *Alice v ogledalu* (obe imamo v slovenskem prevodu) angleškega pisatelja, logika in matematika Lewisa Carrolla nastopajo v *Alici v deželi ugank* v skoraj sto logičnih ugankeh. Tu so uganke za desetletnike in odrasle, vsak lahko najde kaj zase.

Za to knjigo znani ameriški sestavljalet ugank Martin Gardner pravi, da se jo spleča prebrati, celo če ne bi rešili niti ene same uganke. Torej gre za povest z ugankeami.

Za naše nadaljnje delo izpustimo dogodke in povzemimo le nekaj uganke iz tretjega poglavja, ki niso preteške.

Za vse te uganke velja, da so osebe, ki nastopajo v njih, popolnoma nore: vse, kar je prav, je zanje napačno, in vse napačno je zanje pravilno; ali pa so zdrave pameti: tisto, kar mislijo, je stooostotno pravilno.

Kaj lahko sklepaš iz misli v naslednjih treh ugankeh?

### 1. *Gosenica in kuščar*

Gosenica misli, da sta ona in kuščar Bill oba nora.

### 2. *Kuharica in mačka*

Kuharica meni, da ona in mačka nista obe pri zdravi pameti.

### 3. *Lakaj ribak in lakaj žabec*

Ribak misli, da je z njim in žabcem enako — da sta oba pri zdravi pameti ali oba nora.

## REŠITVE

1.

Če je gosenica pri zdravi pameti, potem je tisto, kar pravi, to je, da sta oba, ona

in kuščar Bill, nora, resnica — in obratno: če sta oba nora, potem ima gosnica prav.

Vzemimo, da je gosnica pri zdravi pameti. Torej sta tako ona kot kuščar Bill nora. To pomeni, da je gosnica nora. To pa je nemogoče (da je gosnica pri pameti in še nora). Zato je predpostavka, da je gosnica pri pameti, napačna.

Vzemimo, da je Bill nor. Ker je gosnica nora, sta oba nora. Potem pa je res, kar meni gosnica, to je, da sta oba nora. Torej je gosnica pri zdravi pameti. To pa ni mogoče, zato je predpostavka, da je Bill nor, napačna. Bill je torej pri zdravi pameti.

Torej: Bill je popolnoma zdrav, gosnica pa nora.

Prepričajmo se še, da pogoji naloge niso protislovni. Ker je Bill zdrave pameti in je gosnica nora, je seveda izjava, da sta oba nora, napačna.

Zdaj prepíšimo ta dokaz nekoliko drugače, predvsem vsak stavek v svojo vrstico, tiste stavke, ki so odvisni od dodatne predpostavke (ko na primer rečemo: Vzemimo, da je gosnica pri zdravi pameti), umaknimo za eno mesto, ki ga zaznamujemo z □.

1. Če je gosnica pri zdravi pameti, potem sta ona in Bill oba nora (dani podatek).
  2. Če sta ona in Bill oba nora, potem je gosnica pri zdravi pameti (dani podatek).
  3. □ Recimo, da je gosnica pri zdravi pameti (dodatna predpostavka).
  4. □ Potem sta oba nora. (Sledi iz 3 in 1.)
  5. □ Gosnica je torej nora. (Sledi iz 4.)
  6. □ Gosnica je v resnici nora. (Pri predpostavki, da je gosnica pri zdravi pameti, velja, da je tako pri pravi kot nora, to pa je protislovje, zato je nora.)
  7. □ Vzemimo, da je Bill nor (dodatna predpostavka).
  8. □ Potem pa sta oba nora. (Sledi iz 6 in 7.)
  9. □ Torej je res, kar meni gosnica. (Sledi iz 8 in 2.) (To pa ni mogoče, saj je gosnica nora, zato:)
  10. Bill ni nor.
  11. Končno: Bill je pri zdravi pameti, gosnica pa je nora. (Sledi iz 10 in 6.)
1. Če kuharica govori resnico, vsaj ena od njiju laže (pogoj naloge).
  2. Obratno. če ena od njiju laže, je kuharica pri zdravi pameti (pogoj naloge).
  3. □ Pa recimo, da je kuharica nora.
  4. □ Potem je seveda vsaj ena od obeh nora in zato vedno laže.
  5. □ Tedaj pa je kuharica pri zdravi pameti. (Sledi iz 4 in 2.)

6. Torej je kuharica pri pravi (saj smo pri predpostavki, da je nora, prišli do protislovja).
7. Potem pa vsaj ena od njiju ni pri pravi. (Sledi iz 1.)
8. Potem pa mačka ni pri pravi. (Sledi iz 6 in 7.)
9. Kuharica je torej pri pameti, mačka pa ne. (Sledi iz 6 in 9.)

### 3.

Iz danih podatkov ni mogoče ugotoviti, kako je z ribakom, lahko pa dokažemo, da je žabec pri zdravi pameti. To dokažemo takole:

Ribak je bodisi pri pravi ali pa nor.

- Recimo, da je ribak pri pravi.
- Potem je tudi žabec pri pravi (saj ribak govori resnico in pravi, da sta oba istega tipa).
- Sedaj pa predpostavimo, da je ribak nor.
- Potem pa je žabec pri pravi (saj sta različnih vrst, ribak pa je nor).

Žabec je torej pri pravi.

## NALOGE

Naloge, ki sledijo, smo si izposodili iz knjige R. Smullyana *The lady or the tiger?*

Inšpektorja Craiga so poklicali, da bi pregledal nekaj umobolnic, za katere so sumili, da v njih ni vse v redu. V bolnišnicah so bili le pacienti in zdravniki. Nekateri od ljudi so bili popolnoma prisebni, tako da so vedno govorili resnico, ostali pa popolnoma neprisebni, tako da so vedno govorili neresnico.

1. V prvi bolnišnici je Craig govoril ločeno z Jonesom in Smithom.

“Kaj veste o Smithu?” je vprašal Craig Jonesa.

“Zdravnik v bolnišnici je,” je odgovoril Jones.

Nekaj minut kasneje je Craig vprašal Smitha o Jonesu.

“Pacient je,” je odgovoril Smith.

V tej bolnišnici je nekaj norobe. Kaj?

2. V drugi bolnišnici je Craig srečal človeka, ki je izjavil nekaj takšnega, da je Craig sklepal, da gre za prisebnega pacienta, da torej ne sodi v bolnico. Kaj je ta človek rekel?

3. V tretji bolnišnici je neki človek izjavil nekaj takšnega, da je Craig sklepal, da gre za neprisebnega zdravnika. Kaj je ta človek rekel?

4. V četrti bolnišnici je Craig srečal dva človeka, A-ja in B-ja. A je menil, da je B nepriseben, B pa, da je A zdravnik. Craig se je zavzel, da enega od njiju odstranijo iz bolnice. Katerega?